ANADOLU ÜNİVERSİTESİ

İST 213 OLASILIK DERSİ

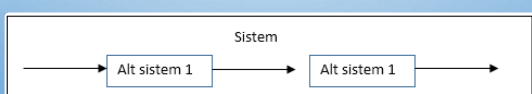
OLASILIĞA GİRİŞ-GÜVENİRLİLİK

DOÇ. DR. NİHAL ERGİNEL

2015

GÜVENİLİRLİK (REABILITY)

- Güvenilirlik mühendisliği 1960'larda geliştirilmiştir.
- Güvenilirlik bir ürünün (cihazın) belirli bir zaman dilimi içerisinde çalışması olasılığı olarak tarif edilmektedir.
- Basit bir seri sistemin çalışması olasılığı hem S_1 ' in hem de S_2 ' nin çalışmasına bağlıdır.



GÜVENİLİRLİK (REABILITY)

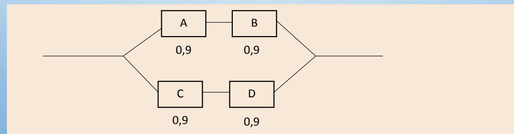
Eğer bu alt sistemlerin çalışması birbirinden bağımsız ise;

R_1 ve R_2 sırasıyla alt sistemlerin çalışması olasılıkları ise; sistemin çalışması olasılığı (R);

R = $R_1 \, . \, R_2$ olur.

ÖRNEK:

Şekilde 4 bileşenden oluşan bir sistem tanımlanmaktadır. Üzerlerinde çalışma olasılıkları verilmiştir. Bileşenler birbirinden bağımsız olarak çalıştıklarına göre, sistemin çalışma olasılığını bulunuz.

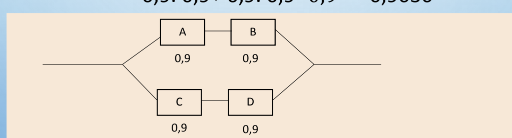


ÇÖZÜM:

$$P[(A\cap B)\cup(C\cap D)] = P(A\cap B) + P(C\cap D) - P[(A\cap B)\cap(C\cap D)]$$

$$= P(A)\,.\,P(B) + P(C)\,.\,P(D) - [P(A)\,.\,P(B)\,.\,P(C)\,.\,P(D)]$$

$$= 0{,}9.\ 0{,}9 + 0{,}9.\ 0{,}9 - 0{,}9^4 = 0{,}9636$$

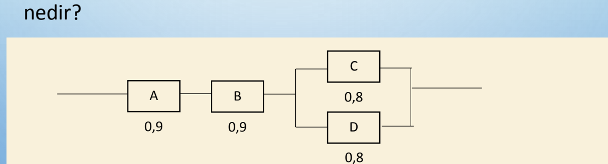


ÖRNEK:

Bir elektrik sistemi 4 birimden şekilde gösterildiği gibi oluşmaktadır. Birimlerin çalışma olasılıkları verilmiştir. Buna göre;

a) Sistemin çalışma olasılığı nedir?

b) Sistemin çalıştığı bilindiğinde C biriminin çalışmama olasılığı nedir?



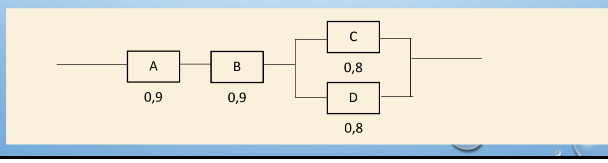
ÇÖZÜM:

Birimler birbirinden bağımsız olduğu için;

a) $P(A \cap B \cap (C \cap D)) = P(A).\ P(B).\ P(C \cup D) = P(A).\ P(B).[1 - P(\bar{C} \cup \bar{D})]$

$= P(A).\ P(B).[1 - P(\bar{C})P(\bar{D})] = 0{,}9.0{,}9\ [1-(1-0{,}8)(1-0{,}8)]$

$= 0{,}7776$

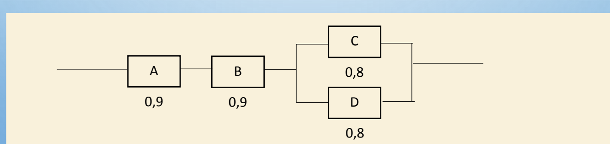


ÇÖZÜM:

b) $P\left(\frac{\text{Sistem çalışıyor fakat C çalışmıyor}}{\textit{Sistem çalışıyor}}\right) = \frac{P[A \cap B \cap C' \cap D]}{P(\textit{sistem çalışıyor})}$

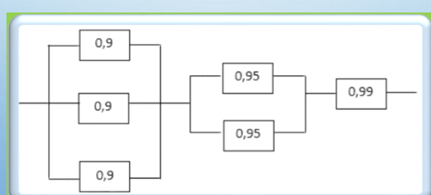
$= \frac{0{,}9.0{,}9.(1-0{,}8)(0{,}8)}{0{,}7776}$

$= 0{,}1667$

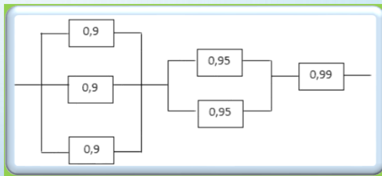


ÖRNEK:

Her bir devre elemanlarının bozulmaları birbirinden bağımsız olduğuna göre, şekildeki devrenin çalışma olasılığı nedir?



ÇÖZÜM:



1. Kısım; 1- $(0{,}01)^3$
2. Kısım; 1- $(0{,}05)^2$
3. Kısım; 0,99

P = [1- $(0{,}01)^3$]. [1- $(0{,}05)^2$].0,99 = 0,987

BAYES KURALI

Bir olay ortaya çıktıktan sonra, bunun örnek uzayının özel bir olayından ortaya çıkma olasılığı ile ilgilenildiğinde **bayes kuralından** yararlanılır.

Böyle durumlarda, sonuç belli olduktan sonra, bu sonucun özel bir olayla ilgili olasılığı araştırıldığında, sonuçların olasılıkları söz konusudur.

BAYES KURALI

$O_1, O_2, \ldots, O_n$ karşılıklı ayrık ve bütüne tamamlayan olaylar ve F aynı örnek uzayından tanımlanmış bir olay iken,

P(F) = $\sum_{i=1}^{n} P(O_i)$. P(F/O_i) olur.

Bu özelliğe **toplam olasılık kuralı** da denir.

$O_1, O_2, \ldots, O_n$ aynı örnek uzayının karşılıklı ayrık ve bütüne tamamlayan olayları, F aynı örnek uzayında verilmiş bir olay iken,

$$P(O_k / F) = \frac{P(O_k).P(F/O_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(O_i).P(F/O_i)}$$

ÖRNEK:

3 farklı tedarikçiden mikroişlemci temin edilmektedir. Tedarikçiler mikroişlemciyi aynı spesifikasyonlar da ürettikleri halde çeşitli yıllarda yapılan testlerde aşağıdaki bilgileri elde etmişlerdir:

Tedarikçi	Kusurlu oranı	Temin edilme oranları
1	0,02	0,15
2	0,01	0,80
3	0,03	0,05

Firma temin edilen mikroişlemcileri karışık halde stoklanmaktadır.

Stoktan rassal olarak bir mikroişlemci seçilmiş ve kusurlu olarak bulunmuştur. Bu malın 3. Tedarikçiden gelmesi olasılığını bulunuz.

ÇÖZÜM:

F: mikroişlemcinin kusurlu olması

O_1: 1. Malın tedarikçiden gelmesi

O_2: 2. Malın tedarikçiden gelmesi

O_3: 3. Malın tedarikçiden gelmesi

P(O_1) = 0,15 ,P(O_2) = 0,80 ,P(O_3) = 0,05

P(F / O_1) = 0,02 ,P(F / O_2) = 0,01 , P(F / O_3) = 0,03

$$P(O_3 / F) = \frac{P(O_3).P(F / O_3)}{P(O_1).P(F / O_1) + P(O_2).P(F / O_2) + P(F / O_3)}$$

$$= \frac{0{,}05(0{,}03)}{(0{,}15)(0{,}02)+(0{,}80)(0{,}01)+(0{,}05)(0{,}03)} = \frac{3}{25}$$

ÖRNEK:

Bir havayolu şirketi meydana gelen kazaları incelemiş ve izleyen sonuçları elde etmiştir. Uçak kazalarının mekanik arıza nedeniyle ortaya çıktığında bunun doğru teşhis edilmesi olasılığı 0,9; mekanik olmayan sebeplerin yüzünden ortaya çıkan arızanın sanki mekanik sebeplerin yüzündenmiş gibi olması (yanlış teşhis konulması) olasılığı 0,2'dir. Uçak kazalarının %25'i mekanik sebeplerden ortaya çıktığı bilinmektedir.

a) X rassal değişkenini , olayları, olasılıkları ve koşullu olasılıkları tanımlayınız.
b) Uçak kazasının doğru teşhis edildiği bilindiğinde bunun mekanik sebepler yüzünden ortaya çıkması olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

F: doğru teşhis konulması

O_1: hatanın mekanik olması

O_2: hatanın mekanik olmaması

P(O_1) = 0,25

P(O_2) = 0,75

P(F / O_1) = 0,9

P($\bar{F}$ / O_2) = 0,2 ise; P(F / O_2) = 0,8

$$P(O_1 / F) = \frac{P(O_1).P(F / O_1)}{P(O_1).P(F / O_1) + P(O_2).P(F / O_2)} = \frac{0{,}25.0{,}9}{0{,}25.0{,}9+0{,}75.0{,}8} = 0{,}273$$